

آگاهی جمعی Common Knowledge

استاد مربوطه: جناب آقای دکتر شهریاری

گرد آورنده: امیر اصلان اصلانی

۱ تعریف [3]

آگاهی جمعی¹ p در گروه عوامل² G وجود دارد، اگر تمام عوامل G بدانند p را، و بدانند که دیگر عوامل نیز میدانند p را، و بدانند که تمام عوامل میدانند که آنها p را میدانند، و همینطور تا بی نهایت.

۱.۱ تعریف در منطق موجهاات

در ابتدا $K_i\phi$ را اینگونه تعریف میکنیم که یعنی «عامل i ام ϕ را می داند». پس میتوانیم $E_G\phi$ را اینگونه تعریف کنیم که همه عوامل در گروه G میدانند ϕ را.

$$E_G\phi \Leftrightarrow \bigwedge_{i \in G} K_i\phi$$

همچنین عبارت E_G^n را نیز معادل $E_G E_G^{n-1}\phi$ در نظر میگیریم و E_G^0 را برابر با ϕ در نظر میگیریم.

حالا آگاهی جمعی را اینگونه تعریف میکنیم:

$$C_G\phi \Leftrightarrow \bigwedge_{i=0}^{\infty} E_G^i\phi$$

همچنین میتوانیم بگوییم رویداد $A \subseteq \Omega$ یک آگاهی جمعی در بین عامل های $i = 1, \dots, I$ در $\omega \in A$ است اگر برای هر n و دنباله (i_1, \dots, i_n) ، $\omega \in K_{i_1}K_{i_2}\dots K_{i_n}A$ درست باشد.

۱.۲ تعریف در نظریه مجموعه ها

در ابتدا با یک فضای حالت به نام S شروع میکنیم. سپس میتوانیم رویداد E را به عنوان زیر مجموعه S تعریف کنیم $E \subseteq S$. سپس برای هر عامل i بخشی از S را اختصاص میدهیم و آن را P_i

1 Common Knowledge
2 Agents

مینامیم. P_i مشخص کننده دانش عامل i در یک وضعیت است. در وضعیت s ، عامل i میداند هرآنچه $P_i(s)$ شامل می شود و نه چیز دیگری. حال میتوانیم تابع دانستن را اینگونه تعریف کنیم:

$$K_i(e) = \{s \in S \mid P_i(s) \subset e\}$$

درواقع $K_i(e)$ تمام وضعیت هایی را شامل می شود که i در آن ها میداند e را. همچنین $K_i(e)$ را اینگونه تعریف میکنیم که به معنی «همه میدانند e را» است.

$$E(e) = \bigcap_i K_i(e)$$

سپس معادل هایی را تعریف میکنیم:

$$E^1(e) = E(e)$$

$$E^{n+1}(e) = E(E^n(e))$$

و در نهایت دانش جمعی را اینگونه تعریف میکنیم:

$$C(e) = \bigcap_{n=1}^{\infty} E^n(e)$$

۲ معماهایی مربوط به آگاهی جمعی

۲.۱ معمای جزیره چشم آبی ها

در یک جزیره k نفر وجود دارد که همگی یا چشم آبی هستند یا چشم سبز. در این جزیره قانونی وجود دارد که اگر فردی بداند که رنگ چشمانش آبی است باید در سپیده دم پیش رو خودکشی کند. روزی یک فرد از خارج جزیره می آید که افراد جزیره همگی او را به عنوان فردی صادق

میشناسند. فرد خارجی زمان رفتن حقیقتی را میگوید که همه افراد آن جزیره تا آن روز میدانستند و آن این است که «در بین شما حداقل یک چشم آبی وجود دارد».

پس از k روز ناگهان تمام افراد جزیره در یک روز خودکشی میکنند.^[5]

به نظر شما دلیل آن چیست؟

جواب سؤال این است که تمام k نفر اهل جزیره، چشم آبی بودند.

بگذارید جواب را اینگونه شرح دهیم:

H تعداد چشم آبی ها است.

اگر $H = 1$: چون آن فرد، میبیند که دیگران همه چشم سبز هستند متوجه میشود که لزوماً فرد چشم آبی خود اوست و خودکشی میکند.

اگر $H = 2$: چون هریک، یک فرد چشم آبی میبیند و میبیند که او در روز اول خودکشی نکرد پس متوجه می شوند که استدلالی که در ذهن فرد چشم آبی هست استدلالی که برای «اگر فقط یک چشم آبی بود» ذکر شد، نیست؛ پس متوجه می شود که خود او نیز فرد دومی است که چشم آبی است و در روز دوم خودکشی میکند.

اگر $H > 2$: چون هرکس $H - 1$ فرد چشم آبی در جزیره میبیند، متوجه می شود که تا $H - 1$ روز اول هیچ کسی خودکشی نکرده؛ پس متوجه می شود که همه همین فکر را میکنند چون دیگران نیز $H - 1$ چشم آبی می بینند پس خودش نیز چشم آبی است و در روز H ام خودکشی میکند.

یک سؤال اساسی: همه میدانستند که حداقل یک فرد چشم آبی در میانشان هست. ولی تا آنروز هیچ اتفاقی نیوفتاده بود؛ پس دلیل خودکشی افراد پس از حرف فرد خارجی چه چیزی بود؟

درواقع همه میدانستند که اینچنین است؛ ولی هیچ کسی نمیدانست که دیگران نیز این را میدانند.

در ابتدا اینکه «فرد خارجی فردی صادق است» یک آگاهی جمعی بود که همین باعث شد تا «در بین افراد جزیره حداقل یک چشم آبی وجود دارد» تبدیل به آگاهی جمعی شود. این آگاهی جمعی باعث شد تا افراد بتواند استدلال کنند که «چون همه این را میدانند اگر من چشم آبی نبودم تا امروز خودکشی کرده بودند».

۲.۲ معمای همسران خیانتکار

در شهری کوچک تعداد مشخصی از زوج های ازدواج کرده وجود دارند (زن و شوهر). برای هر کسی که در شهر زندگی میکند یک قانون وجود دارد که همسر مردی متوجه شود که شوهرش به او خیانت کرده باید در انتهای روز اعدام شود. تمام زن های شهر تنها درباره همسر دیگر زن ها حرف میزنند و هیچ زنی به دیگری نمیگوید که همسرش به او خیانت کرده. بنابر این هر زنی در شهر درباره تمام شوهر های خیانت کار میدانند بجز همسر خودش. یک روز شهردار خبری را در شهر به همه میدهد که «حداقل یک مرد خیانتکار در این شهر وجود دارد».^[1]

سؤال این است که پس از خبر شهردار چه اتفاقی خواهد افتاد؟

پاسخ این سؤال بسیار شبیه به سؤال قبل است و در واقع تنها اسم اجزای آن تغییر کرده است.

اگر تعداد مردان خیانتکار را M در نظر بگیریم:

اگر M برابر ۱ باشد: چون همسر تنها مرد خیانتکار از خیانت هیچ مردی اطلاع ندارد پس متوجه می شود که مرد تنها مرد خیانتکار شوهر خودش است. پس مرد خیانتکار اعدام میشود.

اگر M بیشتر از ۱ باشد: چون اگر $M-1$ مرد خیانتکار وجود داشت باید در انتهای روز قبلی خودکشی میکردند، پس متوجه می شود که M مرد خیانتکار وجود دارند. ولی از آنجایی که او تنها

M-1 مرد خیانتکار می‌شناسد پس متوجه می‌شود که شوهر خودش نیز خیانتکار است؛ پس در انتهای روز M ام هر M نفر مرد خیانتکار اعدام میشوند.

۲.۳ معمای صورت‌های کثیف

یک گروه از افراد در حال لذت بردن از پیک نیک خود بودند و غذا می‌خوردند. در انتهای ناهار عده‌ای از این افراد روی صورتشان لکه‌های سُس مانده بود. هیچ‌کسی نمی‌خواهد روز خودش را با صورت کثیف ادامه دهد و هیچ‌کس نیز نمی‌خواهد بی دلیل صورتش را تمیز کند (آن‌ها به نظر وسواسی هستند). درضمن هیچ‌کسی به کس دیگری نمی‌گوید که صورتش کثیف است تا مبادا در حق او گستاخی کرده باشد. تا وقتی که کسی صورت خودش را ندیده، یا کسی به او نگفته صورتش کثیف است هیچ‌کسی صورت خودش را تمیز نخواهد کرد. سپس آشپز با یک جعبه بستنی برای دسر برمی‌گردد و از آنچه می‌بیند بسیار شگفت زده می‌شود. صدای زنگ غذا را به صدا در آورده و به همه می‌گوید «در بین شما حداقل یک نفر هست که روی صورتش سُس ریخته شده. من صدای زنگ غذا را بارها و بارها، تا زمانی که همه صورتشان را تمیز کنند به صدا در می‌آورم و بعد از آن دسر را سرو می‌کنم».^[21]

سؤال این است که چه اتفاقی خواهد افتاد؟

اگر $M = 1$ نفر با صورت کثیف وجود داشته باشد، چون می‌بیند که هیچ‌کسی صورتش کثیف نیست متوجه می‌شود که صورت خودش کثیف است و صورتش را تمیز می‌کند.

اگر $M > 1$ نفر با صورت کثیف وجود داشته باشند، چون می‌بینند اگر $M - 1$ نفر با صورت کثیف وجود داشت/داشتند باید قبل از صدای زنگ $M - 1$ ام صورتش/صورتشان را پاک میکرد/میکردند. پس متوجه می‌شود که M نفر با صورت کثیف وجود دارند ولی از آنجا که او تنها

$M - 1$ نفر با صورت کثیف میبیند متوجه می شود که صورت خودش نیز کثیف است و صورتش را تمیز میکند.

۲.۴ معمای پیشانی ها (اعداد متوالی)

روی پیشانی دو نفر دو عدد صحیح متوالی مینویسیم و هر دو نفر از این موضوع مطلع هستند (پس این موضوع در بین آن دو تبدیل به آگاهی جمعی شده است). به صورت دوره ای از آن‌ها میپرسیم که آیا عدد نوشته شده روی پیشانی خود را میدانند یا نه و آن‌ها تنها اجازه دارند تا بگویند که «دانستم» یا «ندانستم». و ما سؤال پرسیدن خود را تا زمانی که هر دو آن‌ها به سؤال پاسخ دهند ادامه میدهیم.^[6]

حال سؤال این است که آیا اصلاً این دو نفر میتوانند به سؤال پاسخ دهند یا نه؟ اگر بله در چندمین دوره و کدامیک؟

پاسخ سؤال اول مثبت است. ولی چرا؟

اگر i و $i + 1$ را اعداد نوشته شده روی پیشانی افراد به نام های A و B در نظر بگیریم، داریم:

برای $i = 1$: چون B میبیند که روی پیشانی A عدد ۱ نوشته شده پس متوجه می شود که لزوماً روی پیشانی خودش عدد ۲ نوشته شده پس در همان دور اول پرسش میگوید «دانستم» و چون B گفت دانستم A نیز متوجه می شود که حتماً B روی پیشانی او عدد ۱ را دیده که متوجه شده روی پیشانی خود عدد ۲ نوشته شده پس او نیز میگوید «دانستم».

برای $i > 1$: چون در دور i ام B میبیند که اگر A عدد $i - 1$ را روی پیشانی او میدید تا دور $i - 1$ می گفت دانستم، پس متوجه می شود که روی پیشانی او عدد $i + 1$ نوشته شده پس میگوید

«دانستم» و چون A میبند که B گفت دانستم پس متوجه می شود که او روی پیشانی A عدد i را دیده که از آن متوجه شده که روی پیشانی خود عدد $i + I$ نوشته شده پس او نیز میگوید «دانستم».

۲.۵ معمای پیشانی ها (بازی مجموع)

روی پیشانی سه نفر به ترتیب شماره افراد، اعداد طبیعی x و y و z نوشته شده به طوری که $x+y=z$ است و در هر دور از آن‌ها میپرسیم که آیا شماره عدد نوشته شده روی پیشانی خود را میدانند یا نه. [6]

اگر $x = y$ باشد، چه اتفاقی خواهد افتاد؟

اگر $x=y$ باشد چون فرد سوم میبند که غیر ممکن است یکی از آن‌ها z باشد پس متوجه می شود که خودش حاصل جمع است و عددش شماره ۲ است.

اگر $x = 2y$ باشد چه اتفاقی خواهد افتاد؟

اگر $x=2y$ آنگاه فرد سوم در دور دوم پرسش با خود میگوید: «گر عدد من برابر x بود آنگاه فرد دوم در دور اول گفته بود که دانستم؛ اگر هم عدد من بین x و y باشد پس مجموع بیشتر از y می شود؛ پس عدد مجموع روی پیشانی خود من نوشته شده پس میگوید دانستم.

اگر ۳ عدد به طوری که $x \leq y < z$ باشد انتخاب شده باشد چه اتفاقی خواهد افتاد؟

بر اساس الگوریتم³ زیر یافت می شود که در دور چندم فرد سوم خواهد گفت دانستم:

Get-Turns-Number (x, y, z)

```
1 Counter ← 0
2 while x ≠ y
3     do z ← y
4     y ← max(x, y - x)
5     x ← min(x, y - x)
6 Counter ← Counter + 1
7 return Counter
```

دلیل الگوریتم فوق آنست که فرد در دور n ام که میگوید دانستم، با خود میگوید من اگر حاصل جمع نباشم پس $y - x$ هستم و فرد دوم حاصل جمع است. پس باید در دوز $n-1$ ام فرد دوم فکر میکرد اگر من حاصل جمع نباشم پس قدر مطلق $x = (y - x)$ هستم. و ... تا زمانی که یکی فکر کند پس دوتا از اعداد باهم برابر هستند که در این حالت باید در دور اول یکی می گفت دانستم پس اینگونه نیست. و ... و فرد دوم در دور $n - 1$ ام میگوید پس $x - (y - x)$ نیستم. پس فرد سوم در دور n ام میگوید $y - x$ نیستم پس $y + x$ هستم.

۲.۶ معمای کلاه‌های سفید و قرمز

فرض کنید سه دانش آموز در یک حلقه دور هم نشسته‌اند و تمام آن‌ها یا کلاه سفید و یا قرمز بر سر دارند. فرض کنید تمام آن‌ها در حقیقت کلاه قرمز بر سر دارند. فرقی ندارد که معلم چند مرتبه از آن‌ها سؤال پرسد که کلاه آن‌ها چه رنگی است و آن‌ها تا زمانی که کلاه خود را نتوانند ببینند نمیتوانند رنگ کلاه خود را تشخیص بدهند و پاسخشان همواره منفی است. حال اگر معلم بگوید که در بین شما حداقل یکی کلاه قرمز بر سر دارد، یعنی حقیقتی که همه به خوبی از آن اطلاع داشتند، تغییری بسیار شگفت‌آور در پاسخ ایجاد میکند. اولین دانش آموزی که از او سؤال می‌شود نمیتواند به سؤال

پاسخ دهد. دانش آموز دوم نیز همینطور. ولی دانش آموز سوم میتواند با قاطعیت بگوید که کلاه قرمز بر سر دارد. [4]

دانش آموز سوم چطور توانست تا با قاطعیت به سؤال معلم پاسخ مثبت بدهد؟

اگر فقط یک دانش آموز کلاه قرمز داشت در اولین سؤال معلم، چون مشاهده میکرد که بقیه همه کلاه سفید بر سر دارند متوجه میشد که کلاهی که بر سر دارد قرمز رنگ است و به سؤال پاسخ میداد.

اگر دو دانش آموز کلاه قرمز داشتند هریک فقط یک دانش آموز دیگر با کلاه قرمز میدیدند و از آنجا که دیگری در بار اول پاسخ نداد متوجه میشد که او نیز فردی با کلاه قرمز مشاهده میکند و از آنجا که فرد دیگری که کلاه قرمز داشته باشد مشاهده نمیکرد متوجه میشد که خودش کلاه قرمز بر سر دارد و به سؤال پاسخ میداد.

حال که سه دانش آموز داریم نفر سوم می که از او سؤال می شود انتظار دارد تا اگر تنها دو دانش آموز کلاه قرمز داشته باشند و او کلاه سفید داشته باشد نفر دومی که از او سؤال پرسیده می شود پاسخ دهد و از آنجا که او پاسخی نداده متوجه می شود که خودش نیز کلاه قرمز بر سر دارد.

این روند برای هر تعداد دانش آموز با کلاه قرمز نیز صدق میکند و اگر i دانش آموز با کلاه قرمز داشته باشیم نفر i ام به سؤال معلم پاسخ خواهد داد.

دلیل اینکه این حرف معلم که «در بین شما حداقل یک نفر وجود دارد که کلاه قرمز دارد» در حالی که همه افراد این را میدانستند باعث تغییر اساسی در پاسخ دهی می شود این است که همه افراد این را میدانستند ولی این دانش در بین آنها تبدیل به آگاهی جمعی نشده بود و معلم با حرف خود آن را تبدیل به آگاهی جمعی کرد.

۳ آگاهی جمعی در روانشناسی اجتماعی

۳.۱ جهل عمومی

در روانشناسی اجتماعی آگاهی جمعی به شکل متفاوت تری نیز بحث می‌شود که به آن جهل همگانی⁴ گفته میشود. موقعیتی را جهل همگانی می‌گویند که فردی خود موضوعی را رد کند اما به اشتباه تصور کند که بیشتر افراد آنرا پذیرفته‌اند. این موضوع مشخص میکند که در یک جامعه واقعیت زمانی میتواند اثر گذار باشد که به آگاهی جمعی تبدیل شود. به عبارتی این خود دلیل این است که با وجود آنکه بسیاری از ما معتقدیم برخی رفتارهای موجود در جامعه ما ناپسند و نادرست هستند، اما برای مدت زمان زیادی در جامعه ما پایدار هستند.^[5]

۳.۱.۱ نمونه‌هایی از جهل عمومی

یکی از رایج‌ترین نمونه‌های جهل عمومی را در کلاس‌های درس مشاهده میکنیم که مدرس پس از تدریس یکسری از موارد سؤالی را با این مضمون از حاضران در کلاس میپرسد که «آیا سؤالی نیست؟» و هیچ‌کسی سؤالی نمیپرسد؛ در حالی که اکثر افراد موضوع تدریس شده را به خوبی متوجه نشده‌اند. یکی از دلایل آن، این است که بین حاضران اینکه «هیچ‌کسی در موضوع بیان شده مشکلی ندارد» تبدیل به جهل عمومی شده (یک چیزی که درست نیست، به اشتباه تبدیل به آگاهی جمعی شده) و هر دانش‌آموز (یا دانشجو) به خاطر ترس از شناخته شدن به عنوان فردی که در این مبحث اشکال دارد، از سؤال پرسیدن خود داری میکند و جهل عمومی پابرجا باقی میماند.⁷¹

[

4 Pluralistic Ignorance

یکی دیگر از نمونه‌های مشخص جهل عمومی، در داستان «لباس جدید پادشاه»⁵ اثر هانس کریستین آندرسون⁶ دیده میشود.^[9] در بخشی از این داستان به تمام مردم گفته می‌شود که پادشاه با لباس جدید و ویژه خود میخواهند در بین مردم حرکت کنند. ویژگی آن لباس آن است که افراد احمق نمیتوانند آنرا ببینند. روز موعود که پادشاه در حال حرکت بین مردم بود و هیچ چیزی بر تن نداشت، با وجود اینکه هیچ کسی چیزی بر تن پادشاه نمیدید اما در حال تعریف از لباس خیالی پادشاه بودند. تا زمانی که کودکی فریاد میزند که «پادشاه عریان است!». پس از فریاد کودک همه مردم شروع میکنند به تمسخر پادشاه. در این داستان اینکه «پادشاه عریان نیست تبدیل به جهل عمومی شده بود و هرکسی با اینکه چیزی بر تن پادشاه نمیدید فکر میکرد که دیگران لباس پادشاه را می‌بینند و از ترس اینکه به عنوان احمق شناخته شود از بیان حقیقت خود داری میکرد. زمانی که کودک فریاد زد که پادشاه عریان است، جهل عمومی از بین رفت و همه متوجه شدند که دیگران نیز پادشاه را عریان می‌بینند.^[8]

۳.۲ اثر تماشاگر⁷

یکی از مواردی که اثر تماشاگر را میتواند توصیف کند، آگاهی جمعی است. اثر تماشاگر میگوید هنگام بروز یک اتفاق، مردم اگر تنها در صحنه حضور داشته باشند، احتمال دخالت کردن و کمک دادنشان نسبت به زمانی که افراد دیگری نیز حضور دارند بیشتر است. برای توضیح اثر تماشاگر با استفاده از آگاهی جمعی از یک مثال استفاده میکنیم. فرض کنید یک قتل در حال اتفاق است و مردم در اطراف قاتل و فرد مورد نظر قاتل جمع شده‌اند و تنها تماشا میکنند و هیچ کسی هیچ اقدامی نمیکند. اگرچه همه میدانند که باید به داد فرد مظلوم برسند، ولی

5 The Emperor's New Clothes

6 Hans Christian Andersen

7 Bystander Effect

این کار را نمیکنند؛ چراکه هرکدام به صورت انفرادی میدانند که باید کمک کنند ولی از باور دیگر افراد اطلاعی ندارند. لذا اگر موضوع کمی هم ضرر و یا خطر داشته باشد تمایل خود را از آن پنهان کرده و فکر کنند که بقیه با ایشان مخالف هستند.^[5]

۴ منابع

- [1] My Tech Interviews “*Is Your Husband a Cheat?*” mytechinterviews.com, January 2010.
- [2] Stanford Encyclopedia of Philosophy “*Common Knowledge*” plato.stanford.edu, August 2007.
- [3] Wikipedia “*Common Knowledge (logic)*” en.wikipedia.org, May 2017.
- [4] Geanakoplos, John. “Common knowledge.” *Proceedings of the 4th conference on Theoretical aspects of reasoning about knowledge*. Morgan Kaufmann Publishers Inc., 1992.
- [5] Malekzadeh, Mohammad “ایجاد دانش مشترک، ابزاری برای مبارزه با جهل عمومی” mohmal.ir .
- [6] Amit, Alon “*Problems About Knowledge About Knowledge*.” October 2013.
- [7] Wikipedi “*Çoğulcu Cehalet*” tr.wikipedia.org, May 2017.
- [8] Wikipedia “*Pluralistic Ignorance*” en.wikipedia.org, May 2017.
- [9] Andersen, H.C. “*Andersen's Fairy Tales. Children's Classics*.” 1837